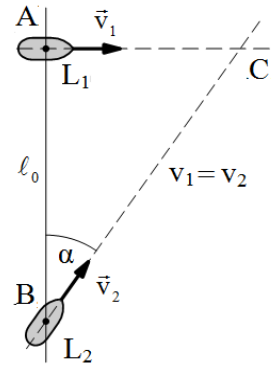


ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi có 02 trang, gồm 06 câu)

Câu 1 (2,0 điểm):

Trên mặt hồ phẳng lặng (vận tốc dòng nước bằng không), có hai tàu L_1, L_2 ban đầu nằm tại hai điểm A và B cách nhau một khoảng ℓ_0 tại thời điểm $t = 0$, sau đó hai tàu bắt đầu chuyển động thẳng đều với tốc độ lần lượt là $v_1 = v_2 = v$. Tàu L_1 di chuyển dọc theo phương vuông góc với AB, tàu L_2 di chuyển theo phương hợp với AB góc α (hình vẽ).



1. Sau khoảng thời gian t_{\min} là bao nhiêu thì khoảng cách giữa hai tàu là cực tiểu. Xác định khoảng cách cực tiểu đó.

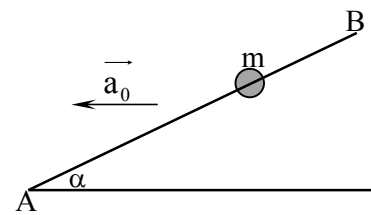
2. Cho $\ell_0 = 1 \text{ km}$, $\alpha = 35^\circ$, $v = 5 \text{ m/s}$. Ngay sau khi tàu L_2 đến giao điểm C với quỹ đạo của hai tàu, lúc đó tàu L_1 đang di chuyển trên quỹ đạo của nó thì đột ngột đổi hướng chuyển động thẳng theo hướng ngắn nhất về phía tàu L_2 với tốc độ $v_3 = 2v$. Xác định góc β hợp bởi vectơ vận tốc \vec{v}_3 của tàu L_1 với phương AC, biết $\beta < 90^\circ$. Tìm khoảng thời gian từ lúc tàu L_1 chuyển hướng đến khi gặp tàu L_2 .

Câu 2 (1,5 điểm):

Một vật khối lượng m rơi trong chất lỏng với vận tốc ban đầu bằng 0. Biết lực cản tác dụng lên vật là $\vec{F}_c = -k\vec{v}$ (với k là hằng số dương, \vec{v} là vận tốc của vật tại thời điểm đang xét). Biết vật chỉ chuyển động theo phương thẳng đứng. Xác định vận tốc và quãng đường vật rơi được sau khoảng thời gian t .

Câu 3 (2,0 điểm):

Người ta lỏng một hòn bi có lỗ xuyên suốt và có khối lượng m vào một thanh AB nghiêng góc α so với phương nằm ngang. Lúc đầu bi đứng yên. Cho thanh AB tịnh tiến trong mặt phẳng thẳng đứng với gia tốc \vec{a}_0 có phương nằm ngang và chiều như hình vẽ. Chỉ xét trường hợp bi đi lên đối với AB.

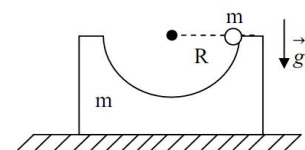


1. Giả sử không có ma sát giữa bi và thanh. Xác định gia tốc của hòn bi đối với AB. Biện luận kết quả.

2. Trường hợp hệ số ma sát giữa bi và thanh AB là $k = \frac{1}{3}$ và $a_0 = 2g$. Xác định gia tốc của hòn bi đối với AB. Biện luận kết quả.

Câu 4 (2,0 điểm):

Một máng có khối lượng m , bán kính R , có dạng hình bán trụ, đứng yên trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang (Hình1). Một vật nhỏ có cùng khối lượng với máng được thả không vận tốc ban đầu từ mép máng sao cho nó bắt đầu trượt không ma sát trong lòng máng.



1. Tính vận tốc của vật tại vị trí thấp hơn vị trí ban đầu một khoảng $\frac{R}{2}$.
2. Tại điểm thấp nhất của máng, vật tác dụng lên máng một lực bằng bao nhiêu?
3. Trong trường hợp mặt phẳng có ma sát thì hệ số ma sát giữa máng và mặt phẳng phải thỏa mãn điều kiện gì để máng luôn luôn đứng yên trong quá trình vật chuyển động? Coi vật chuyển động trong tiết diện thẳng đứng của hình trụ.

Câu 5 (1,0 điểm):

Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là ℓ , khối lượng vật nặng m . Từ vị trí cân bằng kéo vật tới vị trí sao cho dây treo con lắc hợp với phương thẳng đứng một góc 60° rồi thả nhẹ. Gia tốc trọng trường là $g = 10 \text{ m/s}^2$, bỏ qua mọi ma sát. Dây luôn căng trong quá trình vật chuyển động. Xác định độ lớn cực tiểu của gia tốc trong quá trình chuyển động của con lắc?

Câu 6 (1,5 điểm).

1. Một vật sáng AB hình mũi tên đặt song song với một màn E và cách màn một khoảng L. Giữa AB và màn E đặt một thấu kính hội tụ tiêu cự f, sao cho trục chính của thấu kính đi qua A và vuông góc với màn E. Tịnh tiến thấu kính dọc theo trục chính, người ta thấy có hai vị trí của thấu kính đều cho ảnh rõ nét của AB trên màn.

a. Tìm điều kiện của L để bài toán thỏa mãn.

b. Biết khoảng cách giữa hai vị trí nói trên của thấu kính là a. Tìm tiêu cự f của thấu kính theo L và a. Áp dụng bằng số: $L = 80\text{cm}$, $a = 40\text{cm}$.

2. Đặt điểm sáng S trước một thấu kính hội tụ có tiêu cự f, cách trục chính một khoảng $h = 2\sqrt{3} \text{ cm}$. Cho S chuyển động đều theo phương trục chính từ khoảng cách $3f$ đến $2f$ đối với thấu kính với tốc độ $v = \sqrt{3} \text{ cm/s}$, khi đó người ta thấy tốc độ trung bình của ảnh S' là $v' = 1 \text{ cm/s}$. Tính tiêu cự f của thấu kính.

-----Hết-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Phương trình chuyển động của mỗi tàu:

$$x_1 = vt; y_1 = 0$$

$$x_2 = vt \sin \alpha; y_2 = vt \cos \alpha - \ell_0$$

Khoảng cách giữa hai tàu tại thời điểm t:

$$\begin{aligned} \ell^2 &= [vt(1 - \sin \alpha)]^2 + [\ell_0 - vt \cos \alpha]^2 \\ &= v^2 t^2 (1 - 2 \sin \alpha + \sin^2 \alpha) + \ell_0^2 - 2vt \ell_0 \cos \alpha + v^2 t^2 \cos^2 \alpha \\ &= 2(1 - \sin \alpha)v^2 t^2 - 2\ell_0 \cos \alpha vt + \ell_0^2 \quad (1) \end{aligned}$$

Biểu thức (1) có dạng tam thức bậc 2 là $y = at^2 - bt + c$, với hệ số $a = 2(1 - \sin \alpha)v^2 > 0$, do đó đồ thị của tam thức bậc 2 có bề lõm hướng lên ứng với tọa độ đỉnh đạt giá trị cực tiểu.

$$\text{Ta có: } t_{\min} = -\frac{b}{2a} = \frac{2\ell_0 \cos \alpha v}{4(1 - \sin \alpha)v^2} = \frac{\ell_0 \cos \alpha}{2v(1 - \sin \alpha)} \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1) ta được: } \ell_{\min}^2 = \frac{2v^2 \ell_0^2 \cos^2 \alpha}{4v^2(1 - \sin \alpha)} - \frac{2v^2 \ell_0^2 \cos^2 \alpha}{2v^2(1 - \sin \alpha)} + \ell_0^2 = \ell_0^2 - \frac{\ell_0^2 \cos^2 \alpha}{2(1 - \sin \alpha)}$$

$$\Rightarrow \ell_{\min} = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2(1 - \sin \alpha)}} = \ell_0 \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{2}}$$

(Học sinh có thể sử dụng phương pháp đạo hàm để tìm t_{\min})

b) Tại thời điểm tàu L_2 đến giao điểm C, lúc đó tàu L_1 di chuyển đến điểm D trên quỹ đạo của nó.

Do $v_1 = v_2$, nên trong cùng khoảng thời gian ta có độ dài $BC = AD$. Gọi khoảng cách $CD = \ell_1$. Ta có:

$$\ell_1 = AD - AC = \frac{\ell_0}{\cos \alpha} - \ell_0 \tan \alpha$$

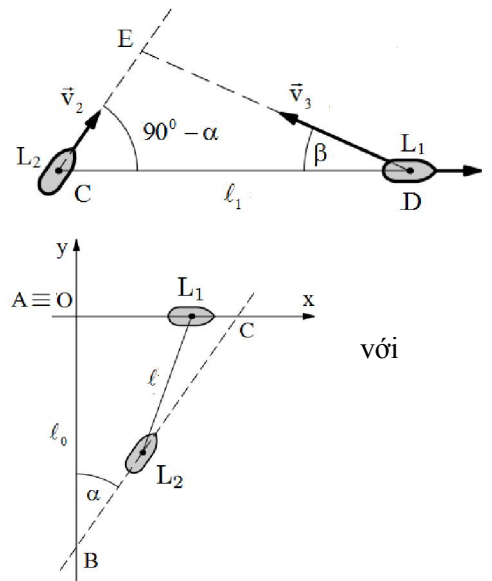
Khi tàu L_2 di chuyển về điểm E, tàu L_1 bắt đầu chuyển hướng tốc độ $2v$. Theo giản đồ vector:

$$\frac{\sin \beta}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\cos \alpha}{2} \Rightarrow \beta = 24^\circ$$

Thời gian chuyển động của tàu L_1 : $t_1 = \frac{DE}{2v}$

- Khoảng cách DE được xác định bằng định lí hàm số sin:

$$\begin{aligned} \frac{DE}{\sin(90^\circ - \alpha)} &= \frac{CD}{\sin(90^\circ + \alpha - \beta)} = \frac{CD}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{\frac{\ell_0}{\cos \alpha} - \ell_0 \tan \alpha}{\cos(\alpha - \beta)} \\ \Rightarrow t_1 &= \frac{DE}{2v} = \left(\frac{\ell_0}{\cos \alpha} - \ell_0 \tan \alpha \right) \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{2v \cos(\alpha - \beta)} = \frac{\ell_0(1 - \sin \alpha)}{2v \cos(\alpha - \beta)} = 43s \end{aligned}$$



Câu 2 (2,0 điểm):

Chọn chiều dương cùng chiều chuyển động

Phương trình chuyển động của vật:

$$mg - k.v = ma = m \frac{dv}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}(v - mg)$$

Đặt $x = v - mg \Leftrightarrow dx = dv$

$$\Leftrightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{k}{m}x \Leftrightarrow \frac{dx}{x} = -\frac{k}{m}dt$$

$$\Leftrightarrow x = A.e^{-\frac{k}{m}t} \Leftrightarrow v - mg = A.e^{-\frac{k}{m}t} \Leftrightarrow v = mg + A.e^{-\frac{k}{m}t}$$

Tại $t = 0, v = 0$

$$0 = mg + A.e^{-\frac{k}{m} \cdot 0} \Leftrightarrow A = -mg$$

$$\Leftrightarrow v = mg \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

$$v = \frac{ds}{dt} \Leftrightarrow ds = v dt \Leftrightarrow \int_0^s ds = \int_0^t mg \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right) dt$$

$$s = mgt + \frac{m^2 g}{k} \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1 \right)$$

Câu 3 (2,0 điểm):

1. Chọn hệ quy chiếu xOy gắn với que AB. Bi chịu tác dụng của: trọng lực \vec{P} , phản lực \vec{Q} của que, lực quán tính $-\vec{m}\vec{a}_0$.

Lực quán tính hướng sang phải và vật có gia tốc \vec{a}_{12} hướng theo thanh AB.

Theo định luật II Niuton:

$$\vec{P} + \vec{Q} - \vec{m}\vec{a}_0 = \vec{m}\vec{a}_{12} \quad (1)$$

Chiếu (1) xuống hai trục Ox và Oy:

$$\begin{aligned} -mg \sin \alpha + ma_0 \cos \alpha &= ma_{12} \\ -mg \cos \alpha + Q - ma_0 \sin \alpha &= 0. \end{aligned}$$

Giải hệ:

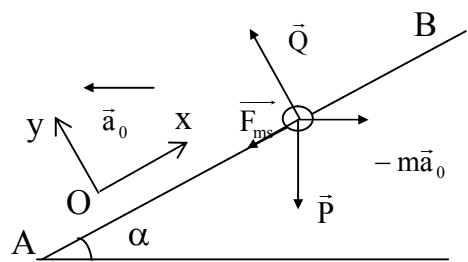
$$a_{12} = -g \sin \alpha + a_0 \cos \alpha$$

- Nếu $\tan \alpha < \frac{a_0}{g}$ thì $a_{12} > 0$, bi đi về phía đầu B.

- Nếu $\tan \alpha > \frac{a_0}{g}$ thì $a_{12} < 0$, bi đi về phía đầu A.

- Nếu $\tan \alpha = \frac{a_0}{g}$ thì $a_{12} = 0$, bi đứng yên.

2. Bi chịu thêm tác dụng của lực ma sát \vec{F} . Giả sử \vec{a}_{12} hướng lên thì \vec{F}_{ms} hướng xuống như hình vẽ.



$$\vec{P} + \vec{Q} - \vec{m}\vec{a}_0 + \vec{F}_{ms} = \vec{m}\vec{a}_{12} \quad (1)$$

Chiếu xuống hai trục Ox và Oy và thay

$$F_{ms} = kQ = Q/3$$

$$- mg \sin \alpha + 2mg_0 \cos \alpha - kQ = mja_{12}$$

$$- mg \cos \alpha + Q - 2mg \sin \alpha = 0.$$

Giải hệ:

$$Q = mg(\cos \alpha + 2 \sin \alpha)$$

$$a_{12} = \frac{g}{3}(7 \cos \alpha - \sin \alpha).$$

Điều kiện để $a_{12} > 0$ là $\tan \alpha > 7$ hay $\alpha > 82^\circ$.

Câu 4 (2,0 điểm):

1, Xét hệ vật và máng khi vật trượt được góc α , kí hiệu \vec{v}_{12} là vận tốc của vật so với máng, \vec{v}_{23} là vận tốc của máng so với đất, \vec{v}_{13} là vận tốc của vật so với đất.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo Ox :

$$mv_{23} + m(v_{23} - v_{12} \sin \alpha) = 0 \rightarrow v_{12} \sin \alpha = 2v_{23} \quad (1)$$

+ Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$mgR \sin \alpha = \frac{mv_{23}^2}{2} + \frac{mv_{13}^2}{2} \quad (2)$$

+ Áp dụng công thức cộng vận tốc:

$$\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \rightarrow v_{13}^2 = v_{12}^2 + v_{23}^2 - 2v_{12}v_{23} \sin \alpha \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta tìm được:

$$v_{12} = 2\sqrt{\frac{gR \sin \alpha}{2 - \sin^2 \alpha}} \quad ; \quad v_{23} = \sqrt{\frac{gR \sin^3 \alpha}{2 - \sin^2 \alpha}}$$

Khi vật trượt đến vị trí thấp hơn vị trí ban đầu một khoảng $R/2$ thì $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ta tìm được:

$$v_{12} = 4\sqrt{\frac{gR}{14}} \quad ; \quad v_{23} = \sqrt{\frac{gR}{14}} \quad ; \quad v_{13} = \sqrt{\frac{13gR}{14}}$$

2, Khi vật đến vị trí thấp nhất thì $\alpha = 90^\circ$ ta tìm được:

$$v_{12} = 2\sqrt{gR} \quad ; \quad v_{23} = \sqrt{gR} \quad ; \quad v_{13} = \sqrt{gR}$$

Áp dụng định luật II Newton cho vật ta có: $N - mg = \frac{mv_{12}^2}{R} \rightarrow N = 5mg$

3, Trong trường hợp mặt bàn có ma sát, giả thiết ma sát đủ lớn để máng không bị trượt. Xét khi vật trượt được góc α , kí hiệu cặp lực tương tác giữa vật và máng là N và N' , phản lực của sàn lên máng là Q , ta có:

$$mgR \sin \alpha = \frac{mv_{13}^2}{2} \quad (4)$$

$$N - mg \sin \alpha = \frac{mv_{13}^2}{R} \quad (5)$$

$$Q = N' \sin \alpha + mg \quad (6)$$

$$F_{ms} = N' \cos \alpha \leq \mu Q \quad (7)$$

Từ biểu thức trên tìm được: $\mu \geq \frac{3 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + 3 \sin^2 \alpha} = \frac{3}{4 \tan \alpha + \cot \alpha}$

Do đó $4 \tan \alpha + \cot \alpha \geq 2\sqrt{4 \tan \alpha \cdot \cot \alpha} = 4$ nên $\mu \geq \frac{3}{4}$

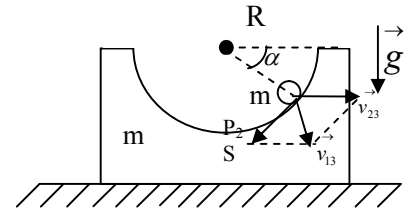
Câu 5 (1,0 điểm):

- Gia tốc của con lắc đơn \vec{a} gồm 2 thành phần:

+ Gia tốc tiếp tuyến $a_t = \frac{P \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha$;

+ Gia tốc hướng tâm $a_h = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_m)$ với $\alpha_m = 60^\circ$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_t^2 + a_h^2} = \sqrt{g^2 \sin^2 \alpha + 4g^2 (\cos \alpha - \cos \alpha_m)^2}$$



$$= g\sqrt{3\cos^2\alpha - 8\cos\alpha_m \cos\alpha + 4\cos^2\alpha_m + 1} = g\sqrt{3\cos^2\alpha - 4\cos\alpha + 2}$$

- Đặt $y = 3\cos^2\alpha - 4\cos\alpha + 2$ nhỏ nhất bằng $\frac{2}{3}$ khi $\cos\alpha = \frac{2}{3}$.

$$\text{Vậy } a_{\min} = g\sqrt{y_{\min}} = 10\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 8,16 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Câu 6 (1,5 điểm)

a. - Ta có : $L = d + d' = d + \frac{df}{d-f} \Rightarrow d^2 - Ld + Lf = 0$ (1)

- Để có hai vị trí của thấu kính đều cho ảnh rõ nét của AB trên màn thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt

$$\Delta = L^2 - 4Lf > 0 \Rightarrow L > 4f$$
 (2)

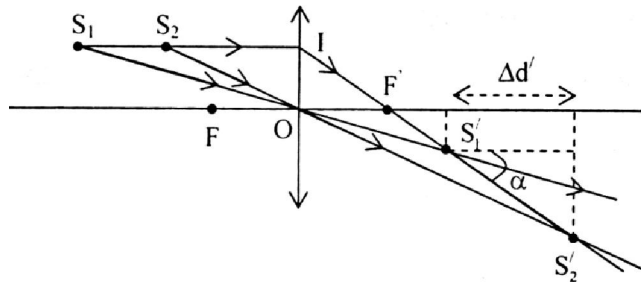
b. Nghiệm của (1): $d_{1,2} = \frac{L \pm \sqrt{\Delta}}{2}$; $d_1 - d_2 = a$ (3)

- Xác định được $\sqrt{\Delta} = a$ và rút ra được $d_1 = \frac{L+a}{2}$ (4)

- Áp dụng công thức thấu kính: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{L-d_1}$ (5)

- Kết hợp (4), (5) thu được : $f = \frac{L^2 - a^2}{4L}$

- Áp dụng bằng số : $f = 15\text{cm}$.



+ Khi điểm sáng S di chuyển từ S_1 đến S_2 thì ảnh di chuyển từ S_1' đến S_2'

+ Quãng đường mà điểm sáng S đi được trong thời gian là:

$$S_1S_2 = vt = |\Delta d| = |d_2 - d_1| = |3f - 2f| = f$$
 (1)

+ Độ dời của ảnh theo phương trục chính là:

$$\Delta d' = d_2' - d_1' = \frac{d_2 f}{d_2 - f} - \frac{d_1 f}{d_1 - f} = 0,5f$$

+ Quãng đường mà ảnh đi được là: $S_1'S_2' = \frac{\Delta d'}{\cos\alpha} \Leftrightarrow v't = \frac{f}{\cos\alpha}$ (2)

+ Từ (1) và (2) ta có: $\frac{v}{v'} = 2 \cdot \cos\alpha \rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ$

+ Từ hình ta có: $\tan\alpha = \frac{OI}{OF} = \frac{h}{f} \rightarrow f = \frac{h}{\tan\alpha} = 6\text{cm}$